№ 384.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

В. А. Гернетомъ

подъ редакцiей

Привать-Доцента В. Ф. Кагана.

XXXII-го Семестра № 12-й.

ОДЕССА.
Типографiя Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.
1904.

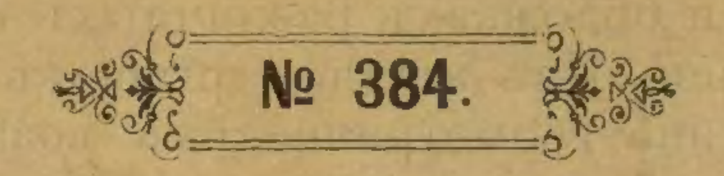
XXXII Сем. № 12.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики.

31 Декабря. № 384. 1904 г.



Содержаніе: Историческій очеркъ развитія ученія объ основаніяхъ геометріи. (Продолженіе). *Приватъ-доцента В. Кагана.* — „N лучи". Докладъ въ Математическомъ Отдѣленіи Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей 19-го ноября 1904 года. (Окончаніе). *Прив.-доц. Б. Вейнберга.* — Замѣтка о гармоническомъ рядѣ. *М Зимина.* — Задачи для учащихся, №№ 568—573 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 437, 491, 492. — Содержаніе „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики" за XXXII семестръ. — Объявленія.

ИСТОРИЧЕСКІЙ ОЧЕРКЪ

развитія ученія объ основаніяхъ геометріи.

Приватъ-доцента В. Кагана.

*(Продолженіе *).*

Итакъ, къ концу XVIII столѣтія, какъ мы видимъ, наиболѣе глубокіе мыслители уяснили себѣ всю трудность доказательства постулата Евклида; Кестнеръ и Ламбертъ уже не были введены въ заблужденіе ни собственной, ни чужой попыткой доказательства постулата.

Въ чемъ же заключается причина этой трудности? Не обусловливается ли это тѣмъ, что постулата вовсе нельзя доказать, что неприступная третья гипотеза вовсе не можетъ быть опровергнута? Можетъ быть, эта гипотеза вовсе не представляетъ собой логическаго абсурда, а наша геометрія, слѣдовательно, не имѣетъ вовсе того характера логической необходимости, какую мы склонны ей приписывать. Зачатковъ этой идеи нельзя не видѣть уже у Ламберта. Но съ полной опредѣленностью ее впервые высказалъ величайшій математикъ XIX-го столѣтія К. Ф. Гауссъ. Роль Гаусса въ этомъ вопросѣ выяснялась въ послѣдніе годы постепенно, такъ какъ онъ своихъ воззрѣній объ этомъ предметѣ не опубликовалъ. Лишь послѣ того, какъ была опубликована его пере-

*) См. № 383 „Вѣстника".

писка съ друзьями, В. Больэ, Шумахеромъ, Герлингомъ, Ольберсомъ, оказалось возможнымъ возстановить въ общихъ чертахъ эти замѣчательныя идеи, медленно созрѣвавшіе подъ сводами Геттингенской обсерваторіи. Въ 1900 г. вышелъ въ свѣтъ VIII томъ полнаго собранія сочиненій Гаусса, издаваемаго Геттингенскимъ Ученымъ Обществомъ [1]). Здѣсь въ особомъ отдѣлѣ подъ редакціей проф. Штекеля собрано все, что сохранилось въ печати и въ бумагахъ Гаусса относительно основаній геометріи: опубликованныя рецензіи, отрывки изъ писемъ, замѣтки изъ дневника, замѣтки на поляхъ и обложкахъ различныхъ сочиненій, небольшія отрывочныя рукописи. Изъ этихъ отрывковъ возстановляется довольно полная картина геометрическихъ воззрѣній этого глубокаго мыслителя.

Мы видимъ прежде всего, что вопросы, относящіеся къ основаніямъ геометріи, не переставали интересовать Гаусса, начиная съ ранней молодости и до глубокой старости. Въ 1797 г. 20-лѣтній Гауссъ помѣчаетъ въ своемъ дневникѣ: „Plani possibilitatem demonstravi"; въ 1799 году: „Jn principiis geometriae egregios progressus fecimus". Въ декабрѣ того же года Гауссъ пишетъ В. Больэ, по поводу присланнаго имъ доказательства евклидова постулата, слѣдующее:

„Я самъ значительно подвинулся въ своихъ работахъ по этому вопросу, хотя многочисленныя занятія другого рода оставляютъ мнѣ для этого мало досуга; но путь, по которому я пошелъ, не только не привелъ меня къ цѣли, которой обыкновенно добиваются и которой тебѣ, какъ ты увѣряешь, удалось добиться, — но, напротивъ, *заставляетъ усомниться въ истинности геометріи* [2]). Правда, я пришелъ къ результатамъ, которые большинство признало бы за доказательство, но которые въ моихъ глазахъ не доказываютъ рѣшительно *ничего* [3]); напримѣръ, если бы можно было доказать существованіе треугольника, площадь котораго превышаетъ произвольно заданную величину, то я былъ бы въ состояніи строго обосновать всю геометрію. Большинство признало бы это за аксіому; я—нѣтъ. Не лишено возможности, что площадь треугольника остается ниже нѣкотораго предѣла, какъ бы велики ни были его стороны. Такихъ предложеній я имѣю много; но ни въ одномъ изъ нихъ я не нахожу удовлетворенія".

Изъ письма къ Шумахеру отъ 24 ноября 1846 г. видно, что эти идеи возникли у Гаусса еще въ 1792 г., т. е. когда ему было 15 лѣтъ. Но еще и въ первые годы XIX-го вѣка эти идеи не сложились у него въ окончательную форму. Въ письмѣ къ

---

[1]) C. F. Gauss Werke, herausgegeben von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaft zu Göttingen. Achter Band. 1900. „Grundlagen der Geometrie" стр. 157—268.

[2]) Курсивъ нашъ.

[3]) Курсивъ подлинника.

Больэ отъ 25 ноября 1804 г. Гауссъ допускаетъ еще возможность, что геометрія „проложитъ себѣ путь черезъ подводные камни“, которыми загромождена теорія параллельныхъ линій. Еще въ 1817 году въ письмѣ къ Ольберсу слышится извѣстное колебаніе: „Я все больше прихожу къ убѣжденію, что необходимость нашей геометріи не можетъ быть доказана, по крайней мѣрѣ, человѣческимъ умомъ для человѣческаго ума. Возможно, что въ другой жизни мы придемъ къ другимъ понятіямъ о сущности пространства, которыя намъ теперь недоступны“.

Возможно, что замѣтка Швейкарта, полученная Гауссомъ въ слѣдующемъ 1818 г. и содержавшая тѣ же воззрѣнія, не принесши ему, какъ онъ и пишетъ, по существу ничего новаго, все же имѣла для него рѣшающее значеніе (о письмѣ Швейкарта мы будемъ говорить ниже). Во всякомъ случаѣ, письмо къ Тауринусу отъ 8-го ноября 1824 года содержитъ уже изложеніе сущности не евклидовой геометріи, мастерски выраженное въ немногихъ сло вахъ и свободное отъ всякихъ сомнѣній.

„Допущеніе, что сумма 3 угловъ треугольника меньше 180°, приводитъ къ своеобразной, совершенно отличной отъ нашей (евклидовой) геометріи; эта геометрія совершенно послѣдовательна, и я развилъ ее для себя (für mich selbst) совершенно удовлетворительно; я имѣю возможность рѣшить въ этой геометріи любую задачу, за исключеніемъ опредѣленія нѣкоторой постоянной, значеніе которой a priori установлено быть не можетъ. Чѣмъ большее значеніе мы придадимъ этой постоянной, тѣмъ ближе мы подойдемъ къ евклидовой геометріи, а безконечно большое ея значеніе приводитъ обѣ системы къ совпаденію. Предложенія этой геометріи отчасти кажутся парадоксальными и непривычному человѣку даже несуразными; но,при строгомъ и спокойномъ размышленіи, оказывается, что они не содержатъ ничего невозможнаго. Такъ, напримѣръ, всѣ три угла треугольника можно сдѣлать сколь угодно малыми, если только взять достаточно большія стороны; площадь же треугольника не можетъ превысить, даже не можетъ достичь нѣкотораго предѣла, какъ бы велики ни были его стороны. Всѣ мои старанія найти въ этой неевклидовой геометріи противорѣчіе или непослѣдовательность остались безплодными и единственно, что въ этой системѣ противится нашему разуму, это то, что въ пространствѣ, если бы эта система была справедлива, должна была бы существовать нѣкоторая сама по себѣ опредѣленная (хотя намъ и неизвѣстная) линейная величина. Но мнѣ кажется, что мы, кромѣ ничего не выражающей словесной мудрости метафизиковъ, знаемъ очень мало или даже не знаемъ ничего о сущности пространства; мы не можемъ поэтому смѣшивать того, что намъ представляется неестественнымъ, съ абсолютно невозможнымъ. Если бы неевклидова геометрія была истинна и упомянутая выше постоянная находилась бы въ опредѣленномъ отношеніи къ такимъ величинамъ, которыя доступны нашему измѣренію на небѣ или на землѣ, то

ее можно было опредѣлить a posteriori. Я поэтому иногда въ шутку высказывалъ желаніе, чтобы евклидова геометрія не была истинной, потому что мы тогда имѣли бы à priori абсолютную мѣру длины".

Въ дополненіе къ этому въ отдѣльныхъ письмахъ и помѣткахъ приведены различныя предложенія и формулы, а отрывки рукописи содержатъ наброски цѣлыхъ главъ изъ неевклидовой геометріи. Въ особенности замѣчательны двѣ рукописи, изъ которыхъ первая содержитъ набросокъ теоріи параллельныхъ линій въ неевклидовой геометріи, а вторая сжатый выводъ тригонометріи неевклидова пространства. Штекель полагаетъ, что первая изъ этихъ рукописей есть именно та, о которой Гауссъ говоритъ въ письмѣ къ Шумахеру отъ 17-го мая 1831 г. слѣдующее: „Изъ своихъ собственныхъ соображеній по этому вопросу, которыя имѣютъ уже 40-лѣтнюю давность, но которыхъ я до сихъ поръ не записывалъ и, вслѣдствіе этого, былъ вынужденъ многое придумывать 3—4 раза заново, я въ теченіе послѣднихъ недѣль всетаки началъ кое-что записывать. Я не желалъ бы, чтобы они погибли вмѣстѣ со мной".

Наконецъ, въ письмахъ Гаусса содержатся отзывы о работахъ другихъ ученыхъ, пришедшихъ къ тѣмъ же идеямъ по его указаніямъ (Вахтеръ и Тауринусъ) или независимо отъ него (Швейкартъ, Больэ и Лобачевскій). Онъ отдаетъ авторамъ должное и съ особеннымъ восхищеніемъ говоритъ о работахъ Больэ и Лобачевскаго. Но объ этомъ рѣчь впереди.

Мы видимъ такимъ образомъ, что Гауссъ постепенно развилъ всю геометрическую систему, извѣстную въ настоящее время подъ названіемъ гиперболической геометріи. Однако, это оставалось достояніемъ крайне небольшого круга лицъ, съ которыми Гауссъ дѣлился этими идеями. Указывая недостатки доказательствъ евклидова постулата, присланныхъ ему В. Больэ, Тауринусомъ, Шумахеромъ, онъ въ отвѣтныхъ письмахъ постоянно говоритъ о своихъ идеяхъ, но въ рецензіяхъ другихъ попытокъ, которыя имъ были напечатаны въ „Göttingische gelehrte Anzeigen", онъ не упоминяетъ объ этомъ ни единымъ словомъ. Гауссъ указываетъ въ нѣкоторыхъ письмахъ, что не имѣетъ времени закончить обработку этихъ идей въ такой мѣрѣ, чтобы ихъ опубликовать. Но, внимательно сличая его письма, невольно приходишь къ мысли, что тутъ были и другія причины. Письмо къ Тауринусу, которое мы привели выше почти цѣликомъ, заканчивается такъ: „Относительно человѣка, который обнаружилъ глубокій математическій умъ, *я не опасаюсь, что онъ дурно пойметъ изложенное выше* [1]); но, во всякомъ случаѣ, Вы должны смотрѣть на это, какъ на частное сообщеніе, которое отнюдь не должно быть опубликовано".

Когда же Тауринусъ въ предисловіи къ своей „Theorie der Parallellinien" (см. *ниже*) позволилъ себѣ, отнюдь не выдавая

[1]) Курсивъ нашъ.

взглядовъ Гаусса, просить его опубликовать свои воззрѣнія на этотъ предметъ, то послѣдній прекратилъ съ нимъ всякую переписку.

Еще раньше (25 августа 1818 г.) Гауссъ писалъ Герлингу: „Я очень радъ, что Вы имѣете мужество высказаться такъ, какъ будто Вы признаете возможнымъ, что наша теорія параллельныхъ линій, а, слѣдовательно, и вся наша геометрія ложны [1]). *Но осы, гнѣздо которыхъ Вы разрушаете, подымутся надъ Вашей головой*"…. [2])

Въ январѣ 1829 г. Гауссъ писалъ Бесселю: „Вѣроятно, я еще не скоро смогу обработать свои *пространныя* [2]) изслѣдованія по этому вопросу, чтобы ихъ можно было опубликовать. Возможно даже, что я не рѣшусь на это во всю свою жизнь, потому что я боюсь крика беотійцевъ, который подымется, когда я выскажу свои воззрѣнія *цѣликомъ*.

Гауссъ въ перепискѣ съ друзьями отзывался съ большой похвалой о работѣ Лобачевскаго. Но въ указателѣ математической литературы (Gersdorfs Repertorium) появилась очень рѣзкая рецензія о работѣ Лобачевскаго. Гауссъ въ письмѣ къ Герлингу отъ 8 февр. 1844 г. говоритъ объ этой рецензіи очень пренебрежительно; онъ не нашелъ однако нужнымъ сказать въ печати ни одного слова въ защиту новаго ученія.

Гауссъ скончался въ 1855 г. и унесъ въ могилу свои глубокія мысли о новой геометріи. Только благодаря тому, что его друзья и ученики хранили его письма, какъ великую святыню, они не погибли для насъ,—и его слово позже прозвучало посмертнымъ призывомъ къ возрожденію забытыхъ идей Больэ и Лобачевскаго.

Гауссъ рано пріобрѣлъ такую извѣстность, что къ нему посылали на судъ свои работы многіе математики, сдѣлавшіе шагъ впередъ въ той или другой отрасли математики. Къ нему посылали и работы по основаніямъ геометріи. Эти работы почти всѣ начинаются попытками доказать постулатъ Евклида; нѣкоторые авторы ведутъ свое изслѣдованіе дальше, одни по собственному почину, другіе по указанію Гаусса.

Первымъ по времени является въ этой роли ученикъ Гаусса Вахтеръ [3]). Вскорѣ послѣ полученія докторскаго диплома въ школѣ Гаусса молодой Вахтеръ получилъ мѣсто преподавателя математики въ гимназіи въ Данцигѣ и здѣсь занялся вопросами философіи математики, къ которымъ давно имѣлъ особенное влеченіе. 12-го декабря 1816 г. Вахтеръ написалъ Гауссу обширное письмо, изъ котораго видно, что онъ уже раньше бесѣдовалъ съ

---

[1]) Слѣдуетъ замѣтить, что въ слова Герлинга (въ письмѣ отъ 23 іюля 1818 г.) нужно, на нашъ взглядъ, вложить много своего, чтобы придать имъ такой смыслъ.

[2]) Курсивъ подлинника.

[3]) *P. Stäckel.* „Friedrich Ludwig Wachter, ein Beitrag zur Geschichte der nichteuklidishen Geometrie" Math. Annalen. Bd. 54. 1901.

Гауссомъ о теорiи параллельныхъ линiй и былъ знакомъ со взглядами послѣдняго на этотъ предметъ. Стать на точку зрѣнiя Гаусса Вахтеръ не можетъ; онъ скорѣе стоитъ на точкѣ зрѣнiя Саккери. Отвергая постулатъ Евклида, съ цѣлью дать его доказательство отъ противнаго, онъ, однако, не только открылъ такъ называемую предѣльную поверхность, но показалъ, что на ней сохраняетъ свою силу евклидова геометрiя: это тотъ именно моментъ, который одинаково служилъ краеугольнымъ камнемъ, какъ для Больэ, такъ и для Лобачевскаго. Вахтеръ развилъ мысли, выраженныя имъ въ письмѣ къ Гауссу въ брошюрѣ „Demonstratio axiomatis in Euclideis undecimi", но существенная его заслуга ограничивается открытiемъ предѣльной поверхности и евклидовой геометрiи въ неевклидовомъ пространствѣ. Возможно, что дальнѣйшiя изслѣдованiя въ этой области, которыми, какъ видно изъ его письма къ отцу, онъ тщательно занимался, повели бы его дальше: и Гауссъ, по выраженiю Штекеля, „увѣровалъ въ неевклидову геометрiю не сразу, не вслѣдствiе генiальной интуицiи, а послѣ упорной борьбы со старымъ предразсудкомъ". Но 3-го апрѣля 1816 г. молодой Вахтеръ, отправившись на прогулку, исчезъ безъ вѣсти.

Дальнѣйшая исторiя этого вопроса приводитъ насъ въ Россiю. „Повидимому, русскiя степи представляютъ собой особенно благопрiятную почву для этихъ спекуляцiй", писалъ Герлингъ Гауссу. Дѣйствительно, неевклидова геометрiя была дважды открыта въ Россiи.

Съ 1812 по 1817 г. въ Харьковѣ состоялъ профессоромъ права Фердинандъ Швейкартъ. Посвящая свой досугъ геометрiи, Швейкартъ еще раньше заинтересовался теорiей параллельныхъ линiй и въ 1807 г. опубликовалъ работу, содержащую доказательство V постулата [1]). Убѣдившись потомъ въ неправильности этого доказательства, Швейкартъ во время своего пребыванiя въ Харьковѣ пришелъ къ тѣмъ же воззрѣнiямъ, которыхъ придерживался Гауссъ. Переѣхавъ затѣмъ въ Кенигсбергъ, Швейкартъ препроводилъ черезъ своего товарища, профессора астрономiи Герлинга, Гауссу замѣтку слѣдующаго содержанiя:

„Существуетъ двоякая геометрiя: геометрiя въ узкомъ смыслѣ и звѣздная (Astralische).

Треугольники послѣдней геометрiи имѣютъ ту особенность, что сумма трехъ ихъ угловъ не равна двумъ прямымъ.

Принимая это, можно самымъ точнымъ образомъ доказать слѣдующее:

a) что сумма трехъ угловъ въ треугольникѣ меньше двухъ прямыхъ;

b) что сумма эта тѣмъ меньше, чѣмъ больше площадь треугольника;

---

[1]) *F. K. Schweikart*. „Die Theorie der Parallellinien nebst dem Vorschlage ihrer Verbannung aus der Geometrie". Leipzig und Jena. 1807.

c) что высота прямоугольнаго равнобедреннаго треугольника, постоянно возрастая съ возрастаніемъ боковыхъ сторонъ, не можетъ превзойти нѣкоторой линіи, которую я называю константой.

Если эта константа для насъ равна радіусу земли (въ каковомъ случаѣ всякая линія, проведенная въ пространствѣ отъ одной неподвижной звѣзды къ другой, отстоящей отъ нея на 90°, была бы касательной къ земному шару) то она безконечно велика по сравненію съ протяженіями, которыя мы встрѣчаемъ въ повседневной жизни.

Евклидова геометрія имѣетъ мѣсто только въ томъ случаѣ, если константа безконечно велика. Только въ этомъ случаѣ сумма угловъ каждаго треугольника равна двумъ прямымъ, и это легко доказать, если принять, что константа безконечно велика".

Для освѣдомленнаго человѣка совершенно ясно, что въ этихъ немногихъ словахъ содержится сущность всей гиперболической геометріи. Такъ понялъ это и Гауссъ. „Замѣтка профессора Швейкарта, писалъ онъ Герлингу: „доставила мнѣ чрезвычайно много удовольствія, и я прошу передать ему отъ меня по этому поводу самый лучшій отзывъ. Все это точно выписано изъ моей собственной души".

Швейкартъ не развивалъ, однако, своихъ изслѣдованій дальше, но сообщилъ ихъ своему племяннику Тауринусу [1]).

Молодой талантливый Тауринусъ съ увлеченіемъ занялся теоріей параллельныхъ линій. Усвоить взгляда Швейкарта онъ не могъ. Въ 1824 году онъ обратился къ Гауссу съ письмомъ, въ которомъ изложилъ ему результаты своихъ изслѣдованій. Въ этомъ письмѣ содержится доказательство того, что сумма двухъ угловъ треугольника не можетъ быть больше двухъ прямыхъ, послѣ котораго онъ замѣчаетъ: „Я полагаю, что можно доказать также, что сумма угловъ треугольника не можетъ быть меньше $2R$, а непремѣнно равна $2R$; изъ этого же вытекаетъ постулатъ Евклида". Отвѣтъ Гаусса былъ нами выше приведенъ почти цѣликомъ. По указанію Гаусса, онъ продожалъ свои изслѣдованія и въ 1825 году опубликовалъ брошюру „Theorie der Parallellinien", содержаніе которой очень близко подходитъ къ изслѣдованіямъ Саккери. Пришедши къ тому, что, отвергая V постулатъ, мы вынуждены ввести въ геометрію параметръ (постоянную), характеризующій пространство, что возможно такимъ образомъ безчисленное множество геометрическихъ системъ, что никакое значеніе постояннаго не можетъ имѣть преимущества передъ другими,—Тауринусъ полагаетъ, что онъ этимъ доказалъ постулатъ. Въ слѣдующемъ 1826 году Тауринусъ опубликовалъ еще одну

---

[1]) *P. Stäckel.* „Franz Adolph Taurinus. Ein Beitrag zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie". Abhandlungen zur Gesch. der Mathem. Heft. 9. 1899.

брошюру „Geometriae prima elementa". Оставаясь по существу при прежнемъ взглядѣ, Тауринусъ ведетъ, однако, далѣе выводы, которые можно получить, отвергая востулатъ. Здѣсь скорѣе геніальной интуиціей, чѣмъ строгимъ разсужденіемъ; онъ открываетъ тригонометрію гиперболическаго пространства и тутъ же замѣчаетъ, что основныя ея уравненія можно получить изъ уравненій сферической тригонометріи, замѣщая вещественные аргументы мнимыми. Мало того, Тауринусъ владѣетъ этими формулами не хуже Лобачевскаго и Больэ, примѣняетъ ихъ къ рѣшенію различныхъ задачъ и находитъ даже выраженіе для площади круга, для поверхности и объема шара.

Тауринусъ разсчитывалъ, что это изслѣдованіе встрѣтитъ сочувствіе у математиковъ. Но друзья, которымъ онъ разослалъ свою работу, его не поняли, а Гауссъ, на которомъ были сосредоточены всѣ его надежды, упорно не отвѣчалъ на его письма. Это привело Тауринуса въ глубокое отчаяніе, онъ сжегъ все сохранившееся у него изданіе этой замѣчательной брошюры и пересталъ заниматься геометріей.

Въ студенческіе годы въ Геттингенѣ Гауссъ ближе всѣхъ сошелся съ талантливымъ венгерцемъ Вольфгангомъ Больэ [1]). Вскорѣ послѣ окончанія курса въ Геттингенѣ молодой Больэ былъ назначенъ профессоромъ математики и физики въ реформатской коллегіи въ Марошъ-Вашарели, въ Трансильваніи. Больэ сохранилъ дружбу съ Гауссомъ на всю жизнь и состоялъ съ нимъ въ перепискѣ, правда, прерывавшейся на многіе годы [2]).

В. Больэ опубликовалъ нѣсколько математическихъ сочиненій, представляющихъ собой, по большей части, учебники элементарной и высшей математики. Важнѣйшее изъ нихъ, выпущенное въ 1832 году, называется: „Tentamen juventutem studiosam in elementa matheseos purae, elementaris ac sublimioris, methodo intuitiva, evidentiaque huic propria introducendi. Cum Appendice triplici".

Вѣроятно, подъ вліяніемъ Кестнера, котораго Больэ слушалъ вмѣстѣ съ Гауссомъ, онъ всю жизнь очень интересовался обоснованіемъ геометріи и посвятилъ много труда доказательству 11-го постулата. Одно изъ такихъ докательствъ онъ послалъ Гауссу въ 1799 году, отвѣтъ на которое мы цитировали выше. Въ 1804 году онъ послалъ Гауссу даже цѣлую работу „Theoria Paralle-

---

[1]) Wolfgang Farkas Bolyai v. Bolya (1775—1856). Свѣдѣнія о жизни и дѣятельности обоихъ Больэ можно найти въ небольшомъ очеркѣ „Notice sur la vie et les travaux de deux mathématiciens hongrois Wolfgang et Johann Bolyai de Bolya" par *M. F. Schmidt*, приложенномъ къ изданному послѣднимъ въ 1868 г. французскому изданію „Appendix'a" (см. ниже), а также въ позднѣйшихъ сочиненіяхъ, указанныхъ въ своемъ мѣстѣ.

[2]) Переписка эта въ настоящее время опубликована:
„Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und W. Bolyai". Herausgegeben von F. Schmidt und P. Stäckel. Leipzig 1899.

При этомъ изданіи имѣется приложеніе „Notizen über Gauss und Bolya's Leben und Werke", содержащее цѣнныя библіографическія свѣдѣнія.

larum", посвященную тому же предмету, и получилъ отвѣтъ столь же критическаго содержанія, какъ и первый. Въ этомъ отвѣтѣ, который мы отчасти также цитировали выше, Гауссъ все еще высказываетъ надежду пробраться „черезъ рифы теоріи параллельныхъ линій". Больэ не оставлялъ, однако, заниматься параллельными линіями.

Въ 1802 году у Больэ родился сынъ Іоаннъ. Мальчикъ рано сталъ обнаруживать математическія дарованія. Отецъ лично руководилъ его занятіями по математикѣ. Въ 1822 году онъ поступилъ въ военно-инженерную Академію въ Вѣнѣ, а въ слѣдующемъ 1823 году былъ произведенъ въ лейтенанты. Отецъ еще въ юности указалъ сыну на трудности въ теоріи параллельныхъ линій, и молодой Іоаннъ съ увлеченіемъ занялся доказательствомъ постулата. Зная по собственному опыту, насколько безплодны эти усилія, Вольфгангъ старался удержать сына отъ этихъ занятій, но безуспѣшно. Въ 1823 г. Іоаннъ писалъ отцу: [1]) „Я твердо рѣшилъ опубликовать работу о параллельныхъ линіяхъ, какъ только я приведу матеріалъ въ порядокъ и обстоятельства мнѣ это позволятъ сдѣлать; въ настоящее время я еще *не достигъ* цѣли, но путь, по которому я пошелъ, почти навѣрное обѣщаетъ привести къ этой цѣли, если это только вообще возможно. Я не достигъ цѣли, но я получилъ такіе замѣчательные результаты, что было бы чрезвычайно жаль, если бы они погибли. Когда Вы съ ними познакомитесь, Вы это сами признаете; покамѣстъ скажу только, что я *изъ ничего создалъ новый міръ*".

Прошло, однако, почти 10 лѣтъ, пока это произведеніе увидѣло свѣтъ. Обработавъ свои изслѣдованія, Іоаннъ Больэ издалъ ихъ въ видѣ приложенія къ сочиненію своего отца „Tentamen...." [2]) подъ заглавіемъ:

„Appendix, scienciam spatii absolute veram exhibeus: a veritate aut falsitate axiomatis XI Euclidei, a priori haud unquam decidenda, independentem: adjecta ad casum falsitatis quadratura ciculi geometrica".

„Приложеніе, содержащее абсолютно истинное ученіе о пространствѣ, т. е. независящее отъ правильности или ложности XI-го постулата Евклида, что a priori никогда не можетъ быть рѣшено; съ прибавленіемъ квадратуры круга въ случаѣ ложности постулата".

Въ этомъ сочиненіи авторъ сразу становится на точку зрѣнія Гаусса и Швейкарта и послѣдовательно развиваетъ слѣдствія, которыя вытекаютъ изъ допущенія, противоположнаго постулату Евклида, съ полнымъ убѣжденіемъ, что такое допущеніе не можетъ привести къ противорѣчію. Вѣрнѣе, авторъ оставляетъ въ сторонѣ вопросъ о постулатѣ, а начинаетъ со слѣдующаго опредѣленія параллельной линіи.

[1]) *P. Stäckel* und *F. Engel*. „Gauss, die beiden Bolyai und die nichteuclidische Geometrie". Mathem. Annalen. Bd. 49. 1897

[2]) „Tentamen juventutem studiosam in elementa matheseos purae, elementaris ac sublimioris methodo intuitiva evidentiaque huic propria, introducendi".

„Если прямая $\overrightarrow{am}$ не пересѣкается съ прямой $\overrightarrow{bn}$, расположенной въ той же плоскости, но пересѣкается съ любой прямой $\overrightarrow{bp}$, лежащей въ углѣ abn, то мы будемъ говорить, что прямая $\overrightarrow{bn}$ параллельна $\overrightarrow{am}$". Стрѣлки указываютъ, что каждой прямой при этомъ приписывается опредѣленное направленіе отъ одной стороны къ другой (отъ a къ m и отъ b къ n)..

Авторъ доказываетъ затѣмъ, что черезъ каждую точку внѣ прямой проходитъ одна, и только одна, параллельная (въ этомъ смыслѣ) ей прямая, что параллельность прямыхъ является свойствомъ взаимнымъ, т. е. если $\overrightarrow{bn} \parallel \overrightarrow{am}$, то $\overrightarrow{am} \parallel \overrightarrow{bn}$ и, далѣе, что двѣ прямыя, параллельныя третьей, параллельны между собой. Далѣе устанавливается понятіе о предѣльной линіи (ортогональной траекторіи системы параллельныхъ линій въ плоскости) и предѣльной поверхности (ортогональной траекторіи системы параллельныхъ линій въ пространствѣ).

Въ § 13 авторъ доказываетъ, что сумма внутреннихъ одностороннихъ угловъ mab и nba не можетъ превысить $2d$, а затѣмъ въ § 14, что эта сумма постоянно равна $2d$, коль скоро она равна $2d$ въ одной парѣ параллельныхъ линій при одной сѣкущей ab. Вслѣдствіе этого, онъ въ § 15 отдѣляетъ геометрическую систему Σ, соотвѣтствующую допущенію, что сумма названныхъ угловъ равна $2d$ (геометрія Евклида), отъ системы S, основанной на противоположномъ допущеніи.

Въ слѣдующихъ §§ 16—32 авторъ развиваетъ систему S. Опираясь, главнымъ образомъ, на свойства предѣльныхъ линій, онъ доказываетъ, что сферическая тригонометрія не зависитъ отъ постулата Евклида, и даетъ основныя уравненія плоской тригонометріи. Далѣе онъ даетъ выраженія для площадей прямолинейныхъ фигуръ, площади круга и поверхности шара въ системѣ S.

„Совершенно очевидно," пишетъ авторъ въ § 22: „что всѣ выраженія, относящіяся къ системѣ S, будутъ абсолютно справедливы, хотя бы мы совершенно не знали, имѣетъ ли въ дѣйствительности мѣсто система S, или нѣтъ". Въ чемъ авторъ усматриваетъ основанія для такого заключенія,—этотъ вопросъ остается, конечно, открытымъ.

Немедленно по выходѣ въ свѣтъ, „Tentamen" и „Appendix" были посланы Гауссу. „На твое сужденіе," писалъ при этомъ старикъ Больэ: „сынъ мой ставитъ больше, чѣмъ на мнѣніе всего остального математическаго міра".

Гауссъ, не писавшій Больэ съ 1808 года, на сей разъ отвѣтилъ скоро—6-го марта 1832 года. Въ этомъ письмѣ Гауссъ говоритъ, что не можетъ расточать похвалъ его сыну потому, что хвалить его значило бы хвалить самого себя, ибо эти идеи ему знакомы уже давно, и онъ не разъ собирался ихъ изложить, что-

бы онѣ не погибли вмѣстѣ съ нимъ. „Для меня явилось, такимъ образомъ, совершенной неожиданностью, что я освобожденъ теперь отъ этого труда, и меня чрезвычайно радуетъ, что именно сынъ моего стараго друга предупредилъ меня столь замѣчательнымъ образомъ“. Гауссъ излагаетъ далѣе нѣкоторыя свои доказательства отдѣльныхъ предложеній.

Читая внимательно это письмо, нельзя не признать, что оно носитъ довольно сдержанный характеръ, что Гауссъ говоритъ въ немъ болѣе о себѣ, чѣмъ о молодомъ авторѣ, съ трепетомъ ожидавшемъ его приговора. Этотъ отвѣтъ произвелъ на молодого Больэ тяжелое впечатлѣніе; то же обстоятельство, что Гауссъ не удостоилъ его печатнаго отзыва, что трудъ, которому онъ посвятилъ болѣе десяти лѣтъ своей жизни и на который онъ возлагалъ такія большія надежды, остался въ математическомъ мірѣ совершенно незамѣченнымъ, привело его въ глубокое отчаяніе. Онъ отнесся съ недовѣріемъ къ Гауссу, полагая, что послѣдній воспользовался его идеей и хочетъ сохранить за собою пріоритетъ. Онъ вышелъ въ отставку, ушелъ отъ людей, разошелся даже со своимъ отцомъ, котораго подозрѣвалъ въ томъ, что онъ раньше выдалъ его идеи Гауссу, и въ полномъ уединеніи провелъ остальную жизнь. Онъ оставилъ многочисленныя рукописи на венгерскомъ языкѣ, содержаніе которыхъ еще до сихъ поръ не выяснено.

Конечно, если бы Больэ видѣлъ письмо Гаусса къ Тауринусу, написанное еще въ 1824 году (см. выше), если бы онъ читалъ письмо Гаусса къ Герлингу, въ которомъ онъ называетъ молодого Больэ геніемъ перваго ранга, то онъ бы убѣдился въ неосновательности своихъ подозрѣній. Но нельзя, однако, отрицать, что сдержанность Гаусса была причиной того, что такіе два таланта, какъ Тауринусъ и Іоаннъ Больэ, преждевременно были потеряны для математики.

(Продолженіе слѣдуетъ).

„N лучи“.

Докладъ въ Математическомъ Отдѣленіи Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей 19 ноября 1904 года.

*(Окончаніе *).*

22. Но и до напечатанія письма Wood'a были публично высказываемы очень рѣзкія сомнѣнія относительно наблюденій Blondlot и его сотрудниковъ. Въ іюнѣ на съѣздѣ Британской Ассоціаціи въ Кэмбриджѣ завели рѣчь объ этихъ явленіяхъ, — и получилось общее впечатлѣніе, что N лучамъ не соотвѣтствуетъ никакое

*) См. № 383 „Вѣстника“.

объективное явленіе. Въ іюлѣ на 76-омъ съѣздѣ нѣмецкихъ естествоиспытателей и врачей въ Бреславлѣ было такое же обсужденіе, при чемъ главнымъ ораторомъ, какъ и въ Кэмбриджѣ, выступилъ Lummer. Ему возражалъ Weiss, указавшій на малоцѣнность всѣхъ неудачныхъ попытокъ въ столь трудныхъ опытахъ, дающихъ извѣстные результаты. Weiss упомянулъ также о своихъ опытахъ, въ которыхъ онъ, послѣ тренировки своего глаза, могъ довольно точно, наблюдая свѣченіе экрана, опредѣлять топографію нервовъ руки; но контрольные опыты дали скорѣе отрицательные результаты.

Въ сентябрѣ на 6-омъ международномъ физіологическомъ конгрессѣ въ Брюсселѣ Lambert, сообщая о своихъ изслѣдованіяхъ надъ ферментами, заговорилъ объ N лучахъ вообще,—и, въ отвѣтъ на это, цѣлый хоръ физіологовъ разныхъ странъ—кромѣ Германіи—разсказалъ о полной неудачѣ своихъ попытокъ обнаружить эти явленія; нѣмецкіе же физіологи демонстративно отсутствовали на этомъ засѣданіи. Кто-то—частнымъ образомъ—предложилъ даже назвать N лучи „лучами внушенія“, намекая на видную роль физіологовъ школы Nancy въ ученіи о внушеніи. На предложеніе Piéron'а подвергнуться контрольному опыту Lambert отвѣтилъ отказомъ, ссылаясь на утомленіе отъ наблюденій въ темнотѣ.

23. Въ ноябрѣ вопросъ объ N лучахъ вступаетъ въ новый фазисъ. Редакція Revue Scientifique, по почину Piéron'а, являющагося секретатеремъ этой редакціи по біологическимъ наукамъ, рѣзко ставитъ вопросъ о самомъ существованіи N лучей, находя позорнымъ для французской науки, чтобы такое отрицательное отношеніе, съ одной стороны, и такая непоколебимая увѣренность, съ другой стороны, сосуществовали долѣе, и высказывая мнѣніе, что почетнѣе открыто сознаться въ сдѣланной ошибкѣ, чѣмъ продолжать настаивать на своемъ, не обращая вниманія на все возрастающее недовѣріе. „Пора французской наукѣ рѣшить окончательно этотъ вопросъ. Не слѣдуетъ, чтобы она стала предметомъ ироніи для иностранцевъ. И не надо опасаться того, что слишкомъ поверхностные или слишкомъ узкіе умы выведутъ еще разъ заключеніе о банкротствѣ науки! Наука достаточно сдѣлала, чтобы не бояться ничего“.

Редакція Revue Scientifique, чтобы выяснить, какъ относятся къ этому вопросу фразцузскіе ученые, предприняла опросъ ряда французскихъ физиковъ, физіологовъ и медиковъ. И на вопросъ, „существуютъ ли N лучи“, только D'Arsonval и H. Becquerel — послѣ Blondlot и другихъ физиковъ, открывшихъ по его стопамъ рядъ свойствъ N лучей,—дали положительный отвѣтъ; большинство же, какъ оказалось, не имѣли опредѣленнаго мнѣнія или сомнѣвались; при этомъ всѣ почти опрошенные получали отрицательные результаты при своихъ попыткахъ,—правда, не очень систематичныхъ и не очень настойчивыхъ,—обнаружить N лучи. Только нѣсколько лицъ,—Perrin, Monoyer, Buisson—вы-

сказались рѣзко отрицательно. Почти всѣ—въ томъ числѣ даже такіе защитники N лучей, какъ D'Arsonval—считаютъ нужными дальнѣйшіе опыты, обставленные болѣе безупречно, чѣмъ сдѣланныя до сихъ наблюденія.

Такъ обстоитъ дѣло съ отношеніемъ къ N лучамъ ученаго міра; я не говорю о спиритахъ, съ восторгомъ привѣтствовавшихъ эти лучи, а также о рядѣ экспериментаторовъ, фотографировавшихъ излученіе человѣческаго тѣла и заявлявшихъ свой пріоритетъ при извѣстіяхъ объ открытіяхъ N лучей, что вызвало рѣзкую отповѣдь D'Arsonval'я. Указавъ на рядъ попытокъ обнаружить дѣйствіе N лучей, сдѣланныхъ внѣ-нансійскими физиками и біологами, я перейду теперь къ критическому разбору опытовъ Blondlot, Charpentier и другихъ изслѣдователей, основываясь въ этомъ разборѣ, главнымъ образомъ, на высказанныхъ въ печати соображеніяхъ разныхъ авторовъ.

---

24. Обсуждать наблюденія надъ N лучами и надъ лучами N_1 можно съ точки зрѣнія физики, физіологіи и психологіи.

Физическія возраженія могутъ касаться свойствъ N лучей, способовъ обнаруженія этихъ лучей и способовъ измѣренія тѣхъ или иныхъ ихъ свойствъ.

Что касается свойствъ, приписываемыхъ лучамъ N и N_1, то особенно страннаго или противорѣчащаго основнымъ законамъ физики въ нихъ нѣтъ почти ничего. Конечно, странно, что листокъ папиросной бумаги, смоченный водою, совершенно не пропускаетъ N лучей, а слабый растворъ соли въ водѣ—даже въ толстомъ слоѣ—ихъ пропускаетъ; конечно, странно свойство проводимости и его особенности, упомянутыя въ § 14; конечно, странно, что, подъ вліяніемъ N лучей, слабо освѣщенная поверхность кажется ярче въ направленіи, нормальномъ къ ней, и менѣе яркою—въ направленіи, ей параллельномъ, и наоборотъ—подъ вліяніемъ лучей N_1; конечно, странно, что закаленная сталь испускаетъ N лучи въ теченіе тысячелѣтія; конечно, странны многіе изъ источниковъ N лучей,—но все это послѣ чудесъ, обнаруженныхъ радіемъ, не могло бы служить поводомъ усомниться въ существованіи лучей Blondlot.

Нѣсколько менѣе понятно увеличеніе яркости слабо свѣтящихся тѣлъ,—въ частности, накаленной проволоки,—подъ вліяніемъ N лучей. Такое увеличеніе яркости было бы вполнѣ допустимымъ, еслибы оно было субъективнымъ и проистекало отъ повышенія чувствительности глаза, какъ это объясняетъ J. Becquerel, на основаніи своего опыта съ свѣченіемъ экрана сѣрнистаго кальція, разсматриваемаго чрезъ воду (§ 9). Но Blondlot, повторившій этотъ опытъ и согласившійся съ объясненіемъ Becquerel'я по отношенію къ фосфоресцирующему экрану, дѣлаетъ такой же опытъ съ искоркою, замѣчаетъ измѣненіе ея яркости и чрезъ воду и отсюда заключаетъ объ объективности этого измѣненія. *Если*, по аналогіи, *признать*, что увеличеніе яркости платиновой

проволочки происходитъ на самомъ дѣлѣ, а не представляетъ собою результата повышенія чувствительности глаза, то это есть уже физическое противорѣчіе обнаруженному Blondlot постоянству ея температуры.

Замѣтимъ, однако, что, въ виду сомнѣній въ существованіи N лучей, является рискованнымъ предполагать, что дѣйствія, оказанныя ими на одинъ изъ реактивовъ на нихъ, проявятся также и на другихъ реактивахъ. Такъ какъ почти всѣ свойства N лучей открыты и подвергнуты измѣренію при посредствѣ фосфоресцирующихъ экрановъ, то вопросы, касающіеся другихъ методовъ ихъ обнаруженія—искорки, накаленной проволочки, обостренія чувствъ—имѣютъ, въ сущности, мало общаго съ N лучами и не должны быть связываемы другъ съ другомъ. Поэтому мы не вправѣ отрицательно отнестись къ N лучамъ на томъ лишь основаніи, что яркость накаленной проволочки увеличивается подъ ихъ вліяніемъ безъ повышенія температуры, пока изслѣдователи N лучей не высказали, что это увеличеніе яркости *именно такой проволочки* не есть результатъ повышенія чувствительности глаза, а происходитъ въ дѣйствительности.

26. По отношенію къ искоркѣ Blondlot настойчиво утверждаетъ, что увеличеніе ея яркости происходитъ на самомъ дѣлѣ, и въ доказательство приводитъ большое число своихъ фотографическихъ снимковъ, дающихъ — за рѣдкими исключеніями — отчетливыя указанія на это (срав. рис. 6). Будучи прекраснымъ физикомъ, и предусматривая—въ противоположность многимъ другимъ, пристегнувшимся къ N лучамъ,—возможныя иныя физическія вліянія и устраняя ихъ или, по крайней мѣрѣ, обсуждая ихъ, Blondlot—правда, еще въ работѣ, посвященной X лучамъ (§ 1),—обратилъ вниманіе на возможное измѣненіе электростатическихъ условій образованія искры подъ вліяніемъ заграждающаго металлическаго экрана. Но, основываясь на томъ, что экраны изъ алюминія и свинца дали различные результаты по отношенію къ измѣненіямъ яркости искры, обнаруживаемымъ *глазомъ*, Blondlot при *фотографированіи* искры при изученіи N лучей считалъ вліяніе экрана CD (рис. 3 и 4) совершенно несущественнымъ, — и только въ самой послѣдней своей замѣткѣ, представленной Парижской академіи 14 ноября, устраняетъ это возраженіе, помѣстивъ надъ обѣими половинами пластинки покрышку изъ цинка, прозрачнаго для N лучей, и закрывъ одну половину мокрымъ картономъ. Точно также устранилъ Blondlot сомнѣнія, высказанныя Wood'омъ и другими, относительно возможности различія во времени экспозиціи той и другой половины пластинки, непроизвольно вызываемаго экспериментаторомъ, передвигавшимъ все въ ручную: въ послѣднихъ опытахъ Blondlot, записывалъ на вращающемся цилиндрѣ времена экспозиціи, оказавшіяся равными въ предѣлахъ 1$^0/_0$.

Гораздо существеннѣе то, что другіе экспериментаторы, повторявшіе опыты Blondlot, не получали *никакой* разницы въ изображеніяхъ при N лучахъ и безъ нихъ, несмотря на то, что

принимали всѣ мѣры предосторожности. А среди этихъ экспериментаторовъ была такія искусныя лица, какъ Rubens, Lummer, Wood.... Между тѣмъ, у Blondlot получаются снимки, которые, по ихъ контрастности, даютъ возможность предположить измѣненіе яркости на десятки, если не на сотни процентовъ. Лишь въ одной изъ послѣднихъ замѣтокъ Blondlot выясняетъ пріемъ, который онъ примѣнялъ для этого: проявляя оба снимка одновременно, онъ останавливалъ проявленіе тогда, когда одинъ негативъ давалъ уже ясный отпечатокъ, а другой только начиналъ проявляться; если же довести проявленіе до конца, то не получается почти никакой разницы. Такимъ образомъ, выходитъ, что измѣненія яркости искорки, получаемыя фотографическимъ путемъ, можетъ быть, чрезвычайно малы, и констатированіе ихъ,—если довѣрять послѣднимъ результатамъ Blondlot,—далеко не такъ просто, какъ выходило изъ первоначальныхъ его описаній.

27. Оставляя пока въ сторонѣ измѣненія яркости слабо *освѣщенныхъ* поверхностей, такъ какъ никакого *физическаго* объясненія дать этому нельзя, остановимся на измѣненіяхъ яркости форфоресцирующихъ экрановъ. Дѣйствительная яркость экрана можетъ, несомнѣнно, измѣняться вслѣдствіе двухъ причинъ: 1. она уменьшается съ теченіемъ времени съ момента прекращенія освѣщенія; 2. она увеличивается при повышеніи температуры. Кромѣ того, на нее вліяютъ наэлектризованныя тѣла,—въ особенности, тихій разрядъ,—какъ показали наблюденія Dufour'a,—а также магнитное поле, если довѣрять наблюденіямъ Gutton'a, который въ первыхъ своихъ статьяхъ вовсе не говорилъ объ N лучахъ. Кажущаяся яркость экрана, остающаяся на самомъ дѣлѣ постоянной, можетъ мѣняться отъ ряда физіологическихъ причинъ,—которыя мы укажемъ ниже.

Температурныя вліянія, несомнѣнно, были на лицо въ наблюденіяхъ надъ N лучами физіологическаго происхожденія, потому что медики и физіологи не принимали никакихъ мѣръ для устраненія этихъ вліяній, — и это набрасываетъ большую тѣнь на заключенія, выводимыя изъ такихъ опытовъ. Въ опытахъ физиковъ,—особенно, Blondlot,—эти вліянія менѣе вѣроятны, но не немыслимы,—и потому большинство опытовъ, даже физиковъ, нельзя считать „чисто" сдѣланными. Замѣтимъ, впрочемъ, что самъ Blondlot принималъ рядъ предосторожностей и что D'Arsonval произвелъ такой опытъ: Broca, первоначально ничего не видѣвшій, но потомъ пріучившійся замѣчать измѣненія яркости экрана, все же не вѣрилъ испусканію N лучей нервными центрами, объясняя увеличеніе яркости экрана тепловыми дѣйствіями; чтобы его убѣдить, D'Arsonval помѣстился съ нимъ въ громадный термостатъ, температура въ которомъ была 42°,—и, несмотря на то, что тѣло человѣка должно было дѣйствовать теперь на экранъ охлаждающе и, слѣд., уменьшать яркость экрана, экранъ продолжалъ обнаруживать положеніе нервныхъ центровъ увеличеніемъ яркости.

28. Въ виду сомнительности основныхъ пріемовъ обнаруженія N лучей, мы лишь бѣгло разсмотримъ критически измѣренія надъ этими лучами, а именно, опыты надъ ихъ дисперсіею и надъ опредѣніемъ ихъ длины волны.

По отношенію къ дисперсіи,—если даже исключить наблюденія Blondlot безъ призмы, спрятанной Wood'омъ (§ 20),—является, какъ указалъ Schenek, совершенно непонятною возможность рѣзкаго обособленія различныхъ пучковъ однородныхъ лучей N и N_1. Schenek вычертилъ, основываясь на значеніяхъ показателей преломленія, угловъ призмы, размѣровъ щелей и т. д., ходъ этихъ лучей въ опытахъ Blondlot,—и убѣдился, что нѣсколько пучковъ налагались другъ на друга и при томъ, такъ какъ пучки были расходящимися, ни на какомъ разстояніи отъ призмы не могло получаться ихъ отдѣленіе другъ отъ друга.

Что же касается опредѣленій длины волны, то, помимо чрезвычайнаго ослабленія для отдѣльныхъ диффракціонныхъ изображеній пучка лучей, который даже цѣликомъ мало кѣмъ даже во Франціи могъ быть обнаруженъ: примѣненіе очень широкой щели (1·5 мм.) должно было вызвать полную размытость этихъ изображеній, а это, при чрезвычайной близости ихъ, должно было служить серьезнымъ препятствіемъ для измѣреній. Измѣреніе же длины волны по способу Ньютоновыхъ колецъ является совершенно загадочнымъ—и загадка эта до сихъ поръ не дождалась разъясненія со стороны Blondlot—въ виду отсутствія указанія насчетъ того, гдѣ былъ помѣщенъ экранъ сѣрнистаго кальція. Такъ какъ глазъ проектируетъ эти кольца—при примѣненіи свѣтовыхъ лучей—въ пространство между линзами, то отсюда слѣдуетъ, что и экранъ долженъ былъ быть тамъ, что̀, однако, является совершенно невозможнымъ.

29. Перейдемъ теперь къ возможнымъ физіологическимъ причинамъ измѣненія яркости экрана, если бы она въ дѣйствительности не измѣнялась.

а). По мѣрѣ пребыванія глаза въ темной комнатѣ, чувствительность сѣтчатки увеличивается, и экранъ долженъ казаться ярче и ярче.

б). Если изображеніе переходитъ съ центральныхъ частей сѣтчатки на периферическія, то оно кажется болѣе яркимъ; при переходѣ же изображенія съ периферическихъ частей на желтое пятно,—переходѣ, который вызывается усиленіемъ вниманія,—яркость уменьшается.

в). Если изображеніе находится въ полѣ периферическаго зрѣнія, то при усиленіи вниманія, а особенно, при всякомъ мозговомъ усиліи зрачекъ, какъ показалъ Heinrich, расширяется, и, слѣд., предметъ кажется болѣе яркимъ.

г). Весьма рѣзкія измѣненія яркости получаются при измѣненіи аккомодаціи.

д). Чувствительность глаза (то же относится и къ другимъ

органамъ чувствъ) при разсматриваніи слабо свѣтящихся предметовъ періодически усиливается и ослабляется [1]).

Такъ какъ измѣненія аккомодаціи, измѣненія размѣровъ зрачка, переводъ изображенія съ одной части сѣтчатки на другую происходятъ, большею частью, непроизвольно, а подъ вліяніемъ той или другой степени вниманія, то, съ одной стороны, можно представить себѣ, что причиною, почему одни наблюдатели видятъ измѣненія яркости подъ вліяніемъ N лучей, а другіе—нѣтъ, является умѣніе первыхъ владѣть глазомъ такъ, чтобы устранять всѣ мѣшающія вліянія,—помимо большей чувствительности глаза [2]). Съ другой же стороны, можно представить себѣ, что наблюдатели N лучей пріучили свои глаза измѣнять чувствительность въ ту или въ другую сторону подъ вліяніемъ ожидавшаго усиленія или ослабленія яркости изображенія.

Въ пользу второго предположенія говоритъ то, что Blondlot находитъ совершенно невозможными всѣ тѣ контрольные опыты, въ которыхъ наблюдатель долженъ опредѣлять, освѣщенъ ли экранъ N лучами или нѣтъ. По его мнѣнію, экранъ, вслѣдствіе многообразія и постоянной наличности различныхъ источниковъ N лучей, все время мѣняетъ свою интенсивность и при томъ крайне неправильнымъ образомъ,—и наблюдатель долженъ самъ выбирать благопріятный моментъ для наблюденія; если же наблюдатель не предувѣдомленъ, то его глазъ отъ ожиданія утомляется и напрягается,—и перестаетъ быть въ состояніи обнаруживать N лучи. Такимъ образомъ, глазъ долженъ ожидать того или другого измѣненія во вполнѣ опредѣленный моментъ.

Скорѣе въ пользу перваго предположенія, чѣмъ въ пользу второго, можно истолковать ту преемственность, которую легко прослѣдить среди наблюдателей N лучей: такъ, напр., D'Arsonval'я „научилъ“ видѣть N лучи Blondlot, отъ D'Arsonval'я научился Broca и т. д.; статьи многихъ авторовъ, выступающихъ впервые съ открытіями въ этой области, начинаются съ благодарности тому, кто любезно показалъ имъ результаты своихъ опытовъ. Яркимъ подтвержденіемъ служитъ таблица III.

За вѣроятность вліянія предвзятыхъ идей говоритъ и то, что у авторовъ, у которыхъ открытія идутъ одно за другимъ въ строго логическомъ порядкѣ, опытъ всегда вполнѣ соотвѣтствуетъ ихъ предположеніямъ.. Самыя же удивительныя открытія—поневолѣ заставляющія признавать, что авторы ихъ приписывали особымъ свойствамъ лучей N и N_1 тѣ случайныя измѣненія чувствительности глаза, которыя постоянно происходятъ,—сдѣланы тѣми наблюдателями, кто не мудрствуетъ лукаво; яркимъ примѣромъ этого могутъ служить обнаруженныя Bichat періоди-

[1]) Указаніемъ на это обстоятельство я обязанъ проф. Н. Н. Ланге.

[2]) Lummer, напр., говоритъ: „Blondlot und seine Anhänger sehen noch im 10. Beugungsspektrum etwas, wo wir in der ungeschwächten Lichtquelle nicht sehen“.

ческія колебанія экрана, соединеннаго съ изолированнымъ металлическимъ предметомъ.

Громадная роль самовнушенія сказывается при повтореніи наблюденій: если глазъ получилъ впечатлѣніе большей или меньшей яркости экрана при нѣкоторомъ его положеніи или при наличности извѣстныхъ условій, то при томъ же положеніи экрана или при тѣхъ же условіяхъ вызывается непроизвольно то же впечатлѣніе. Это отчетливо наблюдалъ, напр,, Salvioni (§ 19), который получалъ съ большою настойчивостью максимумы свѣченія при однихъ и тѣхъ же положеніяхъ экрана. Особенно отчетливо показалъ вліяніе этого обстоятельства случай съ призмою при визитѣ Wood'a къ Blondlot.

До какой степени затруднительны подобныя изслѣдованія при отсутствіи предвзятыхъ идей,—видно изъ опытовъ Lummer'a и Rubens'a, которыя изучали измѣненія яркости экрана, освѣщаемаго несомнѣнно существующими лучами—лучами радія,—и обнаружили, напр., возможность измѣненія чувствительности въ отношеніи 1 къ 4 при передвиженіи глаза и зрѣніи средними частями и въ отношеніи 1 къ 2 при зрѣніи периферіей. При продолжительномъ же пребываніи въ темнотѣ, наблюдатели отмѣчали измѣненія яркости даже въ томъ случаѣ, когда радій оставался на мѣстѣ, а передвигалась (другимъ лицомъ) только подставка.

Такимъ образомъ, хотя предположеніе о возможности посредствомъ извѣстной тренировки глаза обнаруживать измѣненія яркости подъ вліяніемъ N лучей не лишено извѣстной доли вѣроятности, тѣ данныя, которыя имѣются въ настоящее время, скорѣе говорятъ за предположеніе о наличности самовнушенія.

30. При такомъ положеніи вопроса, пожалуй, самымъ раціональнымъ средствомъ для окончательнаго рѣшенія его является научная дуэль, подобная дуэли Cremieu и Pender'a въ прошломъ году. Послѣдніе годы, какъ извѣстно, мы были свидѣтелями обнародованія діаметрально противоположныхъ результатовъ — касательно магнитнаго дѣйствія движущихся электрическихъ массъ—французскимъ инженеромъ и физикомъ Cremieu и американскимъ физикомъ Pender'омъ, ученикомъ Rowland'a, который первый подошелъ къ экспериментальному рѣшенію вопроса. Такъ какъ полемика не привела ни къ какимъ результатамъ, то Pender, на средства извѣстнаго милліонера или, вѣрнѣе, милліардера Carnegie, отправился со своими приборами въ Парижъ,—и тамъ, въ лабораторіяхъ Сорбонны, предоставившей всѣ средства для производства этихъ опытовъ, онъ и Crémieu стали работать вмѣстѣ и, наконецъ, нашли то ничтожное на первый взглядъ различіе условій опыта, которое вызывало противорѣчіе между ихъ результатами. И, хотя Crémieu оказался неправымъ въ своихъ заключеніяхъ, значеніе его опытовъ послѣ того, какъ онъ открыто призналъ свою ошибку, все же осталось очень большимъ, и его репутація скорѣе выиграла, чѣмъ проиграла,—отъ этого пораженія.

Подобную же дуэль между Blondlot, съ одной стороны, и Rubens'омъ и Lummer'омъ, съ другой, считаетъ весьма желательною Wood,—для рѣшенія вопроса о вліяніи N лучей на яркость искорки. Считаемъ нелишнимъ повторить, что рѣшеніе этого вопроса въ ту или другую сторону еще не составитъ собою рѣшенія вопроса о существованіи N лучей, если понимать подъ ними излученія, обладающія рядомъ перечисленныхъ въ первой части этого доклада признаковъ.

Первымъ шагомъ для рѣшенія этого послѣдняго вопроса могъ бы быть опытъ не надъ N лучами, а надъ тѣми лицами, которые обладаютъ, по выраженію Lummer'a, привеллигированными глазами, для обнаруженія этихъ лучей. Такимъ лицамъ, по мысли Débierne'a, нужно дать сотню совершенно одинаковыхъ запечатанныхъ коробочекъ, часть которыхъ заключала бы въ себѣ, напр., батавскія слезки, завернутыя въ вату; въ другой же части коробочекъ, тоже въ ватѣ, должны лежать тѣла того же вѣса, но не испускающія N лучей. Лица, подвергающіеся изслѣдованію, должны наблюдать свѣтящійся экранъ и при самыхъ благопріятныхъ для нихъ условіяхъ, не спѣша и не утомляясь, помѣщать около него эти коробочки и, по измѣненіямъ яркости, ими обнаруживаемымъ, отобрать коробочки, испускающія, по ихъ мнѣнію, N лучи, и коробочки, ихъ не испускающія. Послѣдующія вскрытія коробокъ должно показать, дѣйствительно ли исходятъ изъ батавскихъ слезокъ излученія, вліянія на яркость экрана,—хотя бы и для исключительныхъ, по своимъ свойствамъ или по умѣнію владѣть ими, глазъ,—или же всѣ заключенія, выведенныя изъ подобныхъ наблюденій, лишены всякаго реальнаго основанія.

Пока не произведено такихъ опытовъ, наука стоитъ въ тупикѣ предъ этою жгучею загадкою,—и въ настоящій моментъ далеко неизвѣстно, гдѣ будутъ храниться эта книжечка Blondlot и эта книжечка Bordier „Les rayons N et les rayons N_1" — въ библіотекахъ ли физическихъ инструментовъ, какъ историческій памятникъ первыхъ работъ въ новой и чрезвычайно любопытной области лучистой энергіи, имѣющей громадное значеніе и для біологіи,—или же въ библіотекахъ кабинетовъ экспериментальной психологіи, какъ наглядный матеріалъ для изученія вопроса о роли самовнушенія при изслѣдованіи природы и объ эпидемическомъ распространеніи внушенія.

Замѣтка о гармоническомъ рядѣ.

М. Зимина въ Варшавѣ.

Гармоническій рядъ

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots,$$

какъ извѣстно, есть рядъ расходящійся, и сумма n членовъ его

при достаточно большомъ n можетъ превысить сколь угодно большое напередъ заданное положительное число. Въ настоящей замѣткѣ мы докажемъ, что эта сумма для всякаго n (за исключеніемъ единственнаго случая $n=1$) будетъ числомъ дробнымъ.

Съ этою цѣлью разсматриваемъ сумму n членовъ гармоническаго ряда и дѣлаемъ предположеніе, что она равна цѣлому числу A, т. е. что

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}=A. \qquad (1)$$

Пусть p будетъ наибольшее простое число, содержащееся въ ряду цѣлыхъ чиселъ

$$1,\ 2,\ 3, \ldots, n. \qquad (2)$$

Такъ какъ, по теоремѣ Чебышева, между p и $2p$ заключается хотя одно простое число, то необходимо должно быть

$$n<2p, \qquad (3)$$

ибо, если бы было

$$n \geqq 2p,$$

то, въ силу только что упомянутой теоремы, p не было бы наибольшимъ простымъ числомъ изъ ряда (2). Если предварительно непосредственнымъ суммированіемъ убѣдимся въ справедливости предложенія, которое хотимъ доказать, для случаевъ $p=2$ и $p=3$, то можемъ въ дальнѣйшемъ предполагать, что $p>3$. Напишемъ теперь равенство (1) въ формѣ

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{p-1}+\frac{1}{p}+\frac{1}{p+1}+\cdots+\frac{1}{n}=A \qquad (4)$$

и обѣ части послѣдняго умножимъ на произведеніе

$$1.2.3 \ldots p=p!.$$

При этомъ окажется слѣдующее.

Каждый членъ суммы

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{p-1},$$

будучи умноженъ на $p!$, даетъ, очевидно, цѣлое число, кратное p, такъ что результатъ умноженія этой суммы на $p!$ можетъ быть представленъ въ видѣ $A_1 p$, гдѣ A_1 есть цѣлое число.

Членъ $\frac{1}{p}$ по умноженіи на $p!$ даетъ число $1.2.3\ldots(p-1)=$ $=(p-1)!$, некратное p.

Каждый членъ оставшейся суммы

$$\frac{1}{p+1}+\cdots+\frac{1}{n} \qquad (5)$$

(которой, замѣтимъ, можетъ и не быть, если послѣднее число n

ряда (2) есть простое), по умноженіи на $p!$, дастъ цѣлое число, кратное p, что требуетъ доказательства. Для случаевъ, когда $p=5$ или $p=7$, сказанное утвержденіе провѣряется непосредственно. Предположимъ для дальнѣйшаго, что

$$p > 8. \qquad (6)$$

Возьмемъ какой-либо членъ $\frac{1}{k}$ суммы (5), гдѣ k одно изъ чиселъ ряда

$$p+1, \quad p+2, \ldots, n,$$

не содержащаго, согласно выбору числа p, простыхъ чиселъ, такъ что k разлагается, по крайней мѣрѣ, на два множителя. Пусть

$$k = \alpha\beta,$$

при чемъ, на основаніи неравенства (3),

$$k < 2p \text{ или } \alpha\beta < 2p. \qquad (7)$$

Каждое изъ чиселъ α и β меньше p. Въ самомъ дѣлѣ, если бы одно изъ нихъ,—напр., α—было больше p, то, замѣчая, что другое $\beta \geqq 2$, имѣли бы

$$\alpha\beta > 2p,$$

что противорѣчитъ неравенству (7).

Итакъ,

$$\alpha < p \text{ и } \beta < p.$$

Если $\alpha \neq \beta$, то въ ряду

$$1, 2, 3, \ldots, p-1 \qquad (8)$$

встрѣчаются числа α и β, и потому произведеніе $\frac{1}{\alpha\beta}$ на $p!$, или $\frac{1}{k}$ на $p!$ будетъ цѣлымъ числомъ, кратнымъ p.

Допустимъ теперь, что $\alpha=\beta$. Неравенство (7) даетъ:

$$\alpha^2 < 2p$$

или

$$4\alpha^2 < 8p,$$

откуда, принимая во вниманіе неравенство (6), выводимъ:

$$4\alpha^2 < p^2, \quad 2\alpha < p.$$

Поэтому въ ряду (8) встрѣчаются числа α и 2α, и произведеніе $\frac{1}{\alpha^2}$ на $p!$, или $\frac{1}{k}$ на $p!$ будетъ попрежнему цѣлымъ числомъ, кратнымъ p. На основаніи сказаннаго, по умноженіи суммы (5) на $p!$, получимъ число вида A_2p, гдѣ A_2 есть цѣлое.

Такимъ образомъ, умноженіе обѣихъ частей равенства (4) на $p!$ приводитъ къ равенству слѣдующаго вида:

$$A_1p + (p-1)! + A_2p = Ap!.$$

Но это равенство при цѣломъ А невозможно, такъ какъ членъ $(p-1)!$ лѣвой части его на p не дѣлится, откуда и слѣдуетъ, что А, т. е. сумма n членовъ гармоническаго ряда, есть число дробное, что мы и хотѣли показать.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 568 (4 сер.). Найти остатокъ, получаемый отъ дѣленія многочлена

$$x^{4m+n}+x^{3m+n}+x^{2m+n}+x^{m+n}+1,$$

въ которомъ m и n суть цѣлыя положительныя числа, на многочленъ

$$x^4+x^3+x^2+x+1.$$

Изслѣдовавъ видъ остатка, вывести необходимое и достаточное условіе дѣлимости перваго многочлена на второй.

С. Шатуновскій (Одесса).

№ 569 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x(x+\alpha)(x+\beta)(x+\alpha+\beta)+h=0.$$

И. Коровинъ (Екатеринбургъ).

№ 570 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$2\mathrm{tg}2x+\sin 3x=1-2\cos 2x.$$

Н. Пѣтуховъ (Екатеринбургъ).

№ 571 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій:

$$x^3-5\frac{3}{4}xy-2x^2+y^3=2y^2,$$
$$x+y=3,5.$$

Н. Введенскій (Екатеринбургъ).

№ 572 (4 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$x^y=27y^x.$$

Н. С. (Одесса).

№ 573 (4 сер.). Анодомъ электрической ванны, наполненной азотнокислымъ серебромъ, служитъ серебряная пластинка, а катодомъ—весьма тонкая круглая мѣдная пластинка діаметромъ въ 5 сантиметровъ. Черезъ ванну впродолженіе 10 минутъ пропускаютъ постоянный токъ въ 0,1 ампера, послѣ чего на катодѣ равномѣрно осѣлъ слой серебра. Опредѣлить толщину этого слоя. Извѣстно, что токъ силой въ 1 амперъ выдѣляетъ въ 1 секунду 0,001118 граммовъ серебра.

Л. Ямпольскій (Braunschweig).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 437 (4 сер.). ***Рѣшить уравненіе:***

$$\left(\frac{a+b}{x}+\frac{a+x}{b}+\frac{b+x}{a}+2\right)\left(\frac{x}{a+b}+\frac{b}{a+x}+\frac{a}{b+x}+\frac{1}{2}\right)=2\frac{1}{2}.$$

Произведя преобразованія

$$\frac{a+b}{x}+\frac{a+x}{b}+\frac{b+x}{a}+2=\frac{ab(a+b)+(a+x)ax+(b+x)bx+2abx}{abx}=$$

$$=\frac{ab(a+b)+x(a^2+ax+b^2+bx+2ab)}{abx}=\frac{ab(a+b)+x[(a+b)^2+x(a+b)]}{abx}=$$

$$=\frac{(a+b)(ab+ax+bx+x^2)}{abx},$$

$$\frac{a+b}{x}+\frac{a+x}{b}+\frac{b+x}{a}+2=\frac{(a+b)(x+a)(x+b)}{abx}\quad(1),$$

$$\frac{x}{a+b}+\frac{b}{a+x}+\frac{a}{b+x}+\frac{1}{2}=$$

$$=\frac{2x(x+a)(x+b)+2b(a+b)(x+b)+2a(a+b)(x+a)+(a+b)(x+a)(x+b)}{2(a+b)(x+a)(x+b)}\quad(2),$$

перемножимъ равенства (1) и (2). Тогда, сокращая во второй части на $(a+b)(x+a)(x+b)$ и принимая во вниманіе данное уравненіе, получимъ:

$$\frac{2x(x+a)(x+b)+2b(a+b)(x+b)+2a(a+b)(x+a)+(a+b)(x+a)(x+b)}{2abx}=\frac{5}{2}\quad(3),$$

откуда

$$2x(x+a)(x+b)+2b(a+b)(x+b)+2a(a+b)(x+a)+(a+b)(x+a)(x+b)-5abx=0,$$

или, раскрывая скобки и располагая по степенямъ x:

$$2x^3+3(a+b)x^2+3(a^2+b^2+ab)x+(a+b)(2a^2+2b^2+ab)=0\quad(4).$$

Замѣчая, что

$$3(a^2+b^2+ab)x=(a^2+b^2+2ab)x+(2a^2+2b^2+ab)x=(a+b)^2x+(2a^2+2b^2+ab)x,$$

представляемъ уравненіе (4) въ видѣ:

$$2x^3+2(a+b)x^2+(a+b)x^2+(a+b)^2x+(2a^2+2b^2+ab)x+(a+b)(2a^2+2b^2+ab)=0,$$

или

$$2x^2(x+a+b)+(a+b)x(x+a+b)+(2a^2+2b^2+ab)(x+a+b)=0,$$

$$(x+a+b)[2x^2+(a+b)x+2a^2+2b^2+ab]=0,$$

такъ что либо $x+a+b=0$, откуда либо

$$x=-(a+b),$$

либо

$$2x^2+(a+b)x+2a^2+2b^2+ab=0,$$

откуда

$$x=\frac{-(a+b)\pm\sqrt{-3(5a^2+2ab+5b^2)}}{4}.$$

№ 491 (4 сер.). *Показать, что при всякомъ цѣломъ и не отрицательномъ* n *число*

$$11^{n+2}+12^{2n+1}$$

дѣлится на 133.

(Заимств. изъ *Journal de Mathématiques élémentaires*).

Представляя данное выраженіе въ видѣ

$$11^{n+2}+12^{2n+1}=11^n.11^2+(12^2)^n.12=11^n.121+144^n.12=$$

$$=121.11^n+12.144^n-12.11^n+12.11^n=121.11^n+12.11^n+12(144^n-11^n)=$$

$$=133.11^n+12(144^n-11^n)$$

и замѣчая, что 133.11^n кратно числа 133, а также и 144^n-11^n тоже кратно— при неотрицательномъ n числа 133, такъ какъ это выраженіе при $n=0$ обращается въ 0, а при n цѣломъ и положительномъ дѣлится на $144-11=133$, мы видимъ, что разсматриваемое выраженіе кратно 133.

В. Винокуровъ (Калязинъ).

№ 492 (4 сер.). *Прямая, параллельная основанію* BC *треугольника* ABC, *отсѣкаетъ отъ него треугольникъ* ADE; *на основаніи* BC *взята точка* M. *Показать, что площадь четыреугольника* ADME *есть средняя пропорціональная между площадями треугольниковъ* ADE *и* ABC.

(Заимств. изъ *L'Éducation Mathématique*).

Треугольники DME и DBE, какъ имѣющіе общее основаніе DE и равныя высоты, равновелики, а потому, прибавляя къ ихъ площадямъ по площади ADE, получимъ (полагая, что точки D и E лежатъ соотвѣтственно на сторонахъ AB и AC):

$$\text{площ. } ADME=\text{площ. } ABE \qquad (1).$$

Сравнивая площади треугольниковъ ABE и ABC, а затѣмъ площади треугольниковъ ABE и ADE, находимъ:

$$\frac{\text{площ. } ABC}{\text{площ. } ABE}=\frac{AC}{AE} \quad (2), \quad \frac{\text{площ. } ABE}{\text{площ. } ADE}=\frac{AB}{AD} \quad (3).$$

Но, вслѣдствіе параллельности прямыхъ DE и BC, $\frac{AC}{AE}=\frac{AB}{AD}$; а потому (см. (2), (3))

$$\frac{\text{площ. } ABC}{\text{площ. } ABE}=\frac{\text{площ. } ABE}{\text{площ. } ADE},$$

откуда площ. $ABE=\sqrt{\text{площ. } ABC.\text{площ. } ADE}$; слѣдовательно, (см. (1))

$$\text{площ. } ADME=\sqrt{\text{площ. } ABC.\text{площ. } ADE}.$$

С. Конюховъ (Никитовка); *В. Гейманъ* (Ѳеодосія); *И. Голубевъ* (Усть-Медвѣдица); *И. Соколенко* (Бахмутъ).

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 12-го Февраля 1905 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.

Вѣстникъ

Открыта подписка на 3-й, 1905 г.
издания журнала подъ редакціею
В. В. БИТНЕРА.

Знанія

48 книгъ въ годъ 8 р.

Иллюстрированный „толстый“ ежемѣсячный литерат., художеств. и попул. научный журналъ **съ 36 кн.** безплатн. приложеній для самообразованія, а именно:

12 книж. „Общедоступнаго Университета“: „Анатомія и физіологія“, профессоровъ **Закса, Зейлера, Редманна** и др. „Популярные очерки народовѣдѣнія“, проф. **Гааке** и „Жизнь европ. народовъ“. Кромѣ того, признавая громад. воспит. вліяніе рисованія на худож. развитіе учащагося, мы рѣшили въ „Общ. Унив.“ дать—**Самоучитель живописи и рисованія**“. Изъ практическихъ руководствъ мы дадимъ „**Учебникъ стенографіи**“, искусств. быстр. записыванія человѣч. рѣчи. Въ „Общ. Унив.“ будетъ данъ еще „Новый учебникъ международнаго языка Эсперанто“. Изложеніе вполнѣ общедоступное и живое. Масса иллюстрацій.

12 книж. „Энциклопедической Библіотеки для самообразованія“: 1) Проф. **Сеньобосъ** и проф. **Метэнъ**. Современная исторія съ 1815 г. въ 2 ч--хъ, ч. I.—2) Проф. **Фламмаріонъ**. Лекціи по астрономіи. Съ картою звѣзднаго неба.—3) Д-ръ филос. **Эйзенгансъ**. Психологія и логика.—4) Проф. **Боммели**. Систематика растеній. Жизнь грибовъ, водорослей и мховъ.—5) Проф. **Сеньобосъ** и проф. **Метэнъ**. Современная исторія, ч. II.—6) **Систематическій слов. юридич. наукъ въ 3 ч.** Ч. I. Государствен. право (формы правленія, разныя конституціи и пр.), права и обязанности гражданина.—7) Проф. **Боммели**. Исторія раст. царства. Папоротники, хвойныя. Оплодотвореніе цвѣтковыхъ.—8) Системат. словарь юридич. наукъ, ч. II. Основы законовѣдѣнія. Ознакомленіе съ русск. законодательст.—9) Проф. **Гюнтеръ**. Физич. географія.—10) Системат. словарь юридич. наукъ. Ч. III, справочная (формы дѣловыхъ бумагъ, отвѣты на частные случаи юридич. практики и пр.).—11) Проф. **Оствальдъ**. Школа химіи. Химія неорганическая.—12) Проф. **Зомбартъ**. Очерки политич. экономіи. Легкое, живое и популярное изложеніе; масса рисунк., портретовъ, легкая усвояемость.

12 книж. „Читальни“ „Вѣстника Знанія“, состоящей изъ ряда соч. для легкаго самообразоват. чтенія, имѣющаго въ виду широкое образованіе: 1) **Бельше**. Происхожд. человѣка.—Будущность человѣчества.—2) Проф. **Моніе**. Соціологія.—3) Д-ръ **Целль**. Умъ животныхъ.—4) **Дебо**. Популярная физика, въ 2 ч. Ч. I. 5) **Бельше**. Прогрессъ дарвинизма.—6) Проф. **Корра**. Позитивная философія.—7) Проф. **Уэльдстинъ**. Искусство въ XIX столѣтіи.—8) **Пеллисье**. Литерат. школы, въ 2-хъ част. Ч. I. Классицизмъ, псевдо-классицизмъ, лирика, лирическая драма.—9) **Э. Кей, I. Тимъ** и др. Воспитаніе и самовоспитаніе человѣка и гражданина. Цѣль жизни.—10) **Дебо**. Популярная физика. Ч. II.—11) **Пеллисье**. Литер. школы. Ч. II. Исторія, критика, старый и новый романъ, поэзія, драма.—12) Проф. **Арнольдъ**. Эпоха возрожденія и гуманизма.

Сверхъ перечисленныхъ **36 кн.** приложеній мы рѣшили, исполняя просьбу подписчиковъ, дать еще **СЛОВАРЬ НАУЧНЫХЪ ТЕРМИНОВЪ, ИНОСТРАННЫХЪ СЛОВЪ И ВЫРАЖЕНІЙ**, вошедшихъ въ употребл. въ рус. яз. Что касается самого „**Вѣстн. Зн.**“ (**12 кн.**), то, въ противоположность друг. „толстымъ“ журн., онъ главное вниманіе обращ. на популяризац. знанія и ознакомленіе со всѣми литер.-научн. теченіями, беллетр. же стоитъ на втор. планѣ. Статьи въ журналѣ невелики и разнообразны, большія же сочин. даются въ приложеніяхъ (убористый шрифтъ позвол. помѣщать крупныя произвед.). Прогрессивное направленіе „**Вѣстн. Зн.**“ лучше всего характеризуется близкимъ участіемъ профессоровъ Париж. Рус. Высш. Шк. Общ. Наукъ. Основа изданія—служеніе интерес. подписчиковъ, выполняется, между прочимъ отдѣлами: „**ВЗАИМОПОМОЩЬ ЧИТАТЕЛЕЙ**“ и „**ОТВѢТЫ**“.

Поддержка стремленія къ знанію въ широкомъ смыслѣ слова, отраженіе жизни и духовныхъ запросовъ общества, всестороннее освѣщеніе вопросовъ дѣйствительности—вотъ задачи, которыя неизмѣнно составляли основу нашей литерат. дѣятельности. „**Вѣстн. Зн.**“ строго прогрессивный органъ, посвящ. служенію обществу. Больш. распростр. журнала даетъ возможность новымъ подписч. узнать у старыхъ о нашемъ добросовѣстномъ отношеніи къ обязательствамъ.

Подписная цѣна на **1905** годъ **(48 кн.)** со „**Словар. иностран. слов.**“ безъ дост. 7 р., съ дост. и пер. 8 р., за границу 11 руб. Разсрочка по 2 руб. за 1/4 года.

Спб. Кузнечный, 2.

ЦѢНА 70 к. за 1/4 года

„НЕДѢЛЯ“

Тамъ же принимается подписка на НОВЫЙ, выходящій съ 1-го ноября 1904 г. ОБЩЕСТВЕННО-ПОЛИТИЧЕСКІЙ ОРГАНЪ

подъ редакціею В. В. БИТНЕРА.

Въ настоящій моментъ, когда русск. общественность вступаетъ въ новую эру довѣрія обществен. силамъ, **на земство,** представляющее одно изъ главн. проявленій обществен. самодѣятельности, обращено особое вниманіе. Но дѣятельность **земствъ и ихъ** представителей являлась рядомъ разрозненныхъ усилій. Трудовой жизни **земствъ** всегда недоставало живой поддержки со стороны освѣдомленности общественныхъ элемент. о земской дѣятельности. Отсутствовала у **земствъ** и взаимная поддержка, чувствовалась потребность въ объединеніи отдѣльныхъ земствъ путемъ печати.—**„НЕДѢЛЯ“** пойдетъ навстрѣчу этой потребности. Служеніе интересамъ **провинціи,** защита личности, ея правъ и достоинства,—слабаго противъ сильнаго, поддержка общественной **самодѣятельности,** борьба съ темными силами жизни, удовлетвореніе естественному стремленію къ свѣту, знанію и правдѣ,—вотъ задачи молодой **„НЕДѢЛИ“.**

Желая сдѣлать **„НЕДѢЛЮ“** доступ. широк. кругамъ, мы назнач. незначит. подпис. плату, **70 к.** за 1/4 года. Годовые подпис. на оба изданія: **„Недѣлю“** и **„Вѣстн. Зн“,** внесшіе до **1 дек. 1904 г. 8 руб. 70 к.,** получ. право на безпл. **премію,** состоящ. изъ **3 книж.** на выборъ изъ объявл. 72 (требуйте подроб. объявл.). Год. подпис. внесш. **до 1 дек. 4 р. 70 к.,** могутъ получ. премію изъ 2 кн. Год. подпис., внесш. **до 1 дек. 2 р. 70 к.,** получ. **одну** изъ книж. Преміи будутъ безпл. разсылаться при **„Недѣлѣ“** только непосредственно подписавш. въ конторѣ редакціи **„Вѣстн. Зн.“** и **„Недѣли“**
С.-Петербургъ, Кузнечный, 2.

Редакторъ-Издатель *В. В. Битнеръ.*

Открыта подписка на **1905** г. (XII г. изданія)

ХОЗЯИНЪ

ЕЖЕНЕДѢЛЬНЫЙ иллюстр. ЭКОНОМИЧЕСКІЙ и СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫЙ
журналъ

безъ предварительной цензуры.

Кромѣ статей по всѣмъ отраслямъ сельскаго хозяйства, въ журналѣ помѣщаются: передовыя статьи, статьи по экономіи, финансамъ и статистикѣ, обзоры сельскохоз. дѣятельности земства, научно-хозяйственной литературы, русской сельскохозяйственной и технической печати, хозяйственной жизни въ Россіи, библіографія, рынки, отвѣты на вопросы.

Годовые подписчики въ 1905 году получатъ

52 №№ ЖУРНАЛА и

12 книгъ „БИБЛІОТЕКИ ХОЗЯИНА“,

состоящихъ изъ оригинальныхъ и переводныхъ произведеній русскихъ и иностранныхъ авторовъ.

Подписная цѣна на годъ съ приложеніями **шесть руб.** съ пересылкой, на полгода **три руб.**; разсрочка отъ **1 руб.** (въ первые 6 мѣс.).

Комиссіонная уступка для гг. книгопродавцевъ при подпискѣ на годъ и на полгода—5%.

Пробные **№№ безплатно.** Новые годовые подписчики получатъ журналъ со дня подписки по 1 января 1905 г. **безплатно.**

С.-Петербургъ, Невскій, 92.

Редакторъ *А. П. Мертваго.* Издатель *И. А. Машковцевъ.*